

# GEOMATECH Tanulmányi verseny

## Májusi feladatok

**A hónap mottója: „A felfedezés öröme, a problémamegoldó gondolkodás”**

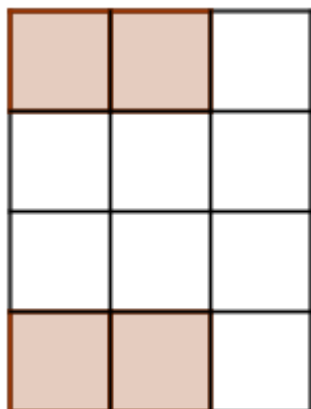
Ebben a fordulóban olyan gondolkodtató, kihívást jelentő matematikai feladatokat találtok, amelyek megoldása hagyományos módszerekkel nem mindig könnyű. Próbálkozzatok, kísérletezzetek a GeoGebrával!

### 1-2. osztály

Ebben a fordulóban Négyzetországba látogatunk. Négyzetországban a házak és a kertek alaprajza négyzet, vagy négyzetekből rakható ki. Négy testvér a rajzon látható telket örökölte, a színes négyzetek házakat jelölnek (négy ház van a rajzon).

Segítsetek nekik felosztani a telket ugyanolyan nagyságú és alakú részekre úgy, hogy minden telkre pontosan egy ház kerüljön. Rajzoljátok le az ábrát GeoGebrában, majd színessel rajzoljátok be a kerítéseket. (Segítségül kapcsoljátok be a rajzlapra a rácsot.)

Változtassátok meg a feladatot, helyezétek el a négy házat máshova ugyanezen a területen, majd végezzétek el a felosztást úgy is. Keressetek megoldható és nem megoldható elrendezéseket!



A feladatokat GeoGebrában rajzoljátok le, a megoldásokhoz tartozó megjegyzéseket szöveges fájlban is elküldhetitek, vagy a GeoGebra fájlokba is beírhatjátok.

Az egyik házba Négyzet Nándorék költöznek. Lakásuk három helyiségét négyzet alakú járólappal szeretnék burkolni. Nándor egyféle lapot vásárol, de abból sokat.

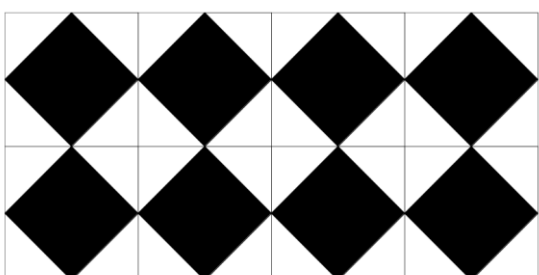
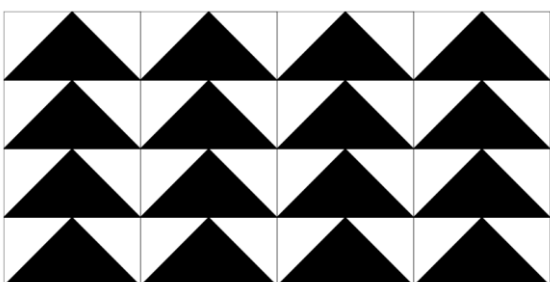
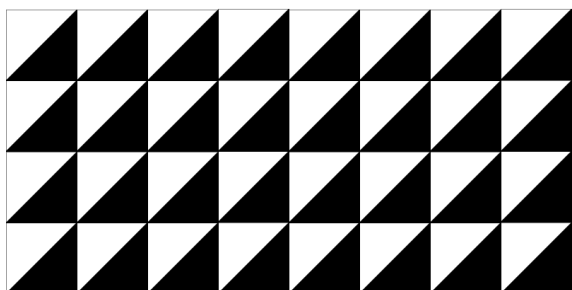
Tervezzetek neki egy olyan mintás, színes lapot, amivel többféle mintát rakhat ki, ha különbözőképpen illeszti azokat össze. Így nem lesz unalmas a lakása.

Minden helyiség „kövezését” mutassátok meg neki, rakjatok le annyi lapot, hogy már érthető legyen Nándornak, hogy hogyan kell folytatnia. Ha elkészült egy szép járólapp, másolással és tükrözéssel „kövezzetek”!

Mutatunk egy példát. Az alábbiakban egy négyzet alakú burkolólap és alatta három



lehetséges minta látható, amelyet ebből a lapból raktunk ki.



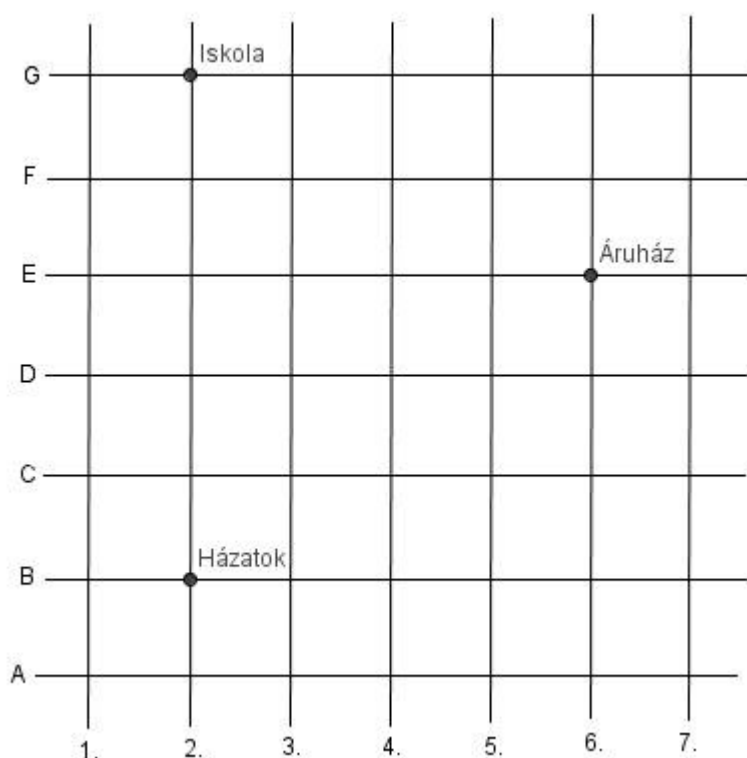
**Értékelés:** Telek-ház felosztás; rajz elkészítése GeoGebrában, a helyes kerítés bejelölése 20 pont, megoldható elrendezés megadása 15 pont, nem megoldható elrendezés megadása 10 pont. Járólapp tervezés 10 pont, három egymástól különböző „kövezés” megadása 15-15 -15 pont.

### 3-4. osztály

Egy városban az utcák egymásra merőlegesen lettek kiépítve. A függőleges utcákat számokkal, a vízszinteseket betűkkel nevezték el.

Reggel elindultok a 2. és a B utca sarkán álló házatokból a 2. és G utca sarkán álló iskolába. Délután – mivel betelt a füzetetek – először elmentek az áruházba, azután hazafelé indultok. Milyen úton kell mennetek reggel és délután, ha mindkét alkalommal a lehető legrövidebb utat választjátok? Gondoljátok végig mindkét esetben, hogy van-e többféle legrövidebb út? Ha igen, számoljátok meg, hogy az iskola és az áruház között hány legrövidebb út van?

Az egyik barátotok a 7. és E utca sarkán lakik. Találkozni szeretnétek vele, de ragaszkodtok ahhoz, hogy mindketten egyenlő utat tegyetek meg a találkozásig. Jelöljétek meg néhány lehetséges találkozási pontot! Hol találkozhattok akkor, ha a barát elköltözik a 6. és F utca sarkára?



A feladatokat GeoGebrában rajzoljátok le, a megoldásokhoz tartozó megjegyzéseket szöveges fájlban is elküldhetitek, vagy a GeoGebra fájllokba is beírhatjátok.

**Értékelés:** Rajz elkészítés, egy jó útvonal (ház-iskola-áruház-ház) megadása 20 pont, legrövidebb útvonalak helyes összeszámolása indoklással (rajzzal is lehet indokolni) 30 pont.

Helyes találkozási pontok megadása 50 pont, találkozási pontonként 2-2 pont. Az első lakhely esetén (7. és E utca sarkán) maximum 20, a második lakhelynél (6. és F utca sarkán) maximum 30 pont kapható.

## 5-6. osztály

Biztosan láttatok már kondenzcsíkot húzó repülőt. Ha feltekintünk az égboltra, sokáig látjuk, merre haladt. A GeoGebrában is van egy hasonló jellemzőjük a mozgó alakzatoknak, ez a nyomvonal. Ha bekapcsoljuk, követhetjük a mozgó pont pályáját. Végezzétek el a szükséges szerkesztéseket Geogebra-ban, majd a kapott nyomvonal segítségével magyarázzátok meg a kapott eredményt.

- Egy szög egyik szárán mozog egy P pont. A szög csúcsát jelölje O. A P ponton keresztül húzzunk párhuzamost a másik szárral, és mérjük rá P-ből kiindulva az OP távolságot, azaz a mozgó pontnak a szög csúcsától mért pillanatnyi távolságát! Milyen alakzatot írnak le az így kapott végpontok? Miért?
- Tűzzünk ki egy egyenest és rajta kívül egy O pontot! Fussa be a P az egyenes összes pontját, és szerkesszük meg az összes azonos körüljárású POQ egyenlő oldalú háromszöget! Milyen alakzatot futnak be a Q pontok? Miért?

Válasszatok magatok közül krónikást! Egy csapattag írja le, hogy hogyan zajlott a feladatmegoldás. Például: „Először A azt javasolta, hogy ...megpróbáltuk, de nem vezetett eredményre, utána B javaslatára a következőkkel próbálkoztunk..., stb.” Írjátok le, melyik feladat megoldása ment könnyen, melyik okozott nehézséget, véleményetek szerint miért? Melyiket tartottátok érdekesnek, újszerűnek, unalmasnak, nehéznek, stb. Volt-e olyan ötletetek, amelyet szerettetek volna megvalósítani, de a GeoGebrával nem sikerült? A megoldásra kapott pontszámokba a krónikát is beleszámítjuk.

**Értékelés:** a) feladatrész, helyes szerkesztés 30 pont, indoklás 20 pont, b) feladatrész helyes szerkesztés 30 pont, indoklás 20 pont.

## 7-8. osztály

Biztosan láttatok már kondenzcsíkot húzó repülőt. Ha feltekintünk az égboltra, sokáig látjuk, hogy merre haladt. A GeoGebrában is van egy hasonló jellemzőjük a mozgó alakzatoknak, ez a nyomvonal. Ha bekapcsoljuk, követhetjük a mozgó pont pályáját. Végezzétek el a szükséges szerkesztéseket GeoGebrában, majd a kapott nyomvonal segítségével magyarázzátok meg az eredményt.

- Tűzzünk ki egy körön két pontot, A-t és B-t! Vegyünk fel a körön egy további pontot, X-et, ami befutja a kört! Szerkesszük meg minden helyzetben azt az Y pontot, amellyel az Y az AXBY paralelogrammában az X-szel szemközi csúcs lesz! Milyen alakzatot fut be az Y pont? Miért?

- b) Tűzzünk ki egy pontot és egy egyenest! Forgassunk a pont körül egy rajta átmenő kört, és minden helyzetében szerkesszük meg a körnek az egyenessel párhuzamos érintőit. Milyen alakzatot írnak le az érintési pontok? Miért?
- c) Mozgassunk egy kört úgy, hogy középpontja egy kört írjon le, és minden helyzetében szerkesszünk hozzá adott irányú érintőket. Milyen alakzatot írnak le az érintési pontok? Miért?

Válasszatok magatok közül krónikást. Egy csapattag írja le, hogyan zajlott a feladatmegoldás! Például: „Először A azt javasolta, hogy ...megpróbáltuk, de nem vezetett eredményre, utána B javaslatára a következőkkel próbálkoztunk..., stb.” Írjátok le, hogy melyik feladat megoldása ment könnyen, melyik okozott nehézséget, és miért! Melyiket tartottátok érdekesnek, újszerűnek, unalmasnak, nehéznek, stb? Volt-e olyan ötletetek, amelyet szerettetek volna megvalósítani, de a GeoGebrával nem sikerült? A megoldásra kapott pontszámokba a krónikát is beleszámítjuk.

**Értékelés:** a) feladatrész, helyes szerkesztés 20 pont, indoklás 10 pont, b) feladatrész helyes szerkesztés 20 pont, indoklás 15 pont, c) feladatrész helyes szerkesztés 20 pont, indoklás 15 pont.

## 9-10. osztály

Hogyan segíti a geometriai feladatok diszkusszióját (elemzését) a GeoGebra?

- a) Adott egy 4 és egy 3 egység sugarú kör. Szerkesszünk olyan 1 egység sugarú kört, vagy köröket, amelyek mindkét adott kört érintik! Hogyan változik a megoldások száma, ha a két adott kör középpontjának távolságát változtatjuk? Elemezzétek részletesen a feladatot a megoldások száma szerint!
- b) Bizonyítsuk be, hogy egy négyzet két szemközti oldala közé eső tetszőleges szerinti szakasz ugyanakkora, mint a rá bárhol emelt merőlegesnek a másik két oldalegyenes közé eső szakasza!
- c) Szerkesszünk négyzetet, ha adott mind a négy oldalegyenesének egy-egy pontja! A b) feladat megoldása segít a szerkesztésben. Írjátok le, hogyan függ a megoldások száma a négy adott pont helyzetétől!

Válasszatok magatok közül krónikást! Egy csapattag írja le, hogyan zajlott a feladatmegoldás. Például: „Először A azt javasolta, hogy ...megpróbáltuk, de nem vezetett eredményre, utána B javaslatára a következőkkel próbálkoztunk..., stb.” Írjátok le, melyik feladat megoldása ment könnyen, melyik okozott nehézséget, véleményetek szerint miért! Melyiket tartottátok érdekesnek, újszerűnek, unalmasnak, nehéznek, stb? Volt-e olyan ötletetek, amelyet szerettetek volna megvalósítani, de a GeoGebrával nem sikerült? A megoldásra kapott pontszámokba a krónikát is beleszámítjuk.

**Értékelés:** a) feladatrész, helyes szerkesztés 20 pont, diszkusszió 10 pont, b) feladatrész 20 pont, c) feladatrész helyes szerkesztés 30 pont, diszkusszió 20 pont.

## 11-12. osztály

A következő paraméteres függvényre vonatkozó kérdések megválaszolásához a GeoGebra csúszkájára nagy szükségünk van.

Ábrázoljuk a valós számok lehető legbővebb részalmazán értelmezett  $f(x) = \frac{(x-p)^2}{x^2+x+p^2}$  függvényt GeoGebra-ban, ahol  $p$  valós paraméter,  $p \in [-5; 8]$ .

Különböző  $p$  értékekre lényegesen különböző függvényt is kaphatunk. A lényegesen különböző alatt most azt értjük, hogy más-más  $p$  értékre a függvény különbözhet folytonosság, szakadási helyek száma, korlátosság, monotonitás, paritás szempontjából.

- Jellemezzük a kapott lényegesen különböző függvényeket!
- Ez után határozzuk meg, hogy a  $p$  paraméter mely értékeire korlátos a függvény! Mekkora ezekben az esetekben a függvény minimuma illetve maximuma?
- Mekkora a maximum legkisebb lehetséges értéke, és a paraméter milyen értéke mellett valósul meg?

A függvény ábrázolása alapján fogalmazzunk meg sejtéseket, majd bizonyítsuk ezeket be!

Válasszatok magatok közül krónikást! Egy csapattag írja le, hogy hogyan zajlott a feladatmegoldás. Például: „Először A azt javasolta, hogy ...megpróbáltuk, de nem vezetett eredményre, utána B javaslatára a következőkkel próbálkoztunk..., stb.” Írjátok le, hogy melyik feladat megoldása ment könnyen, melyik okozott nehézséget, véleményetek szerint miért! Melyiket tartottátok érdekesnek, újszerűnek, unalmasnak, nehéznek, stb.? Volt-e olyan ötletetek, amelyet szerettetek volna megvalósítani, de a GeoGebra-val nem sikerült? A megoldásra kapott pontszámokba a krónikát is beleszámítjuk.

**Értékelés:** paraméteres függvény ábrázolása csúszkával 20 pont, a) kérdésre a válasz indoklással 30 pont, b) indoklással 30 pont, c) indoklással 20 pont.

## Ne feledjétek!

- A feladatok beküldési határideje: 2014. május 31.
- A megoldásaitokat tartalmazó fájlokat a [verseny@geomatech.hu](mailto:verseny@geomatech.hu) e-mail címre kell beküldeni.

**Jó játékot kíván a GEOMATECH csapata!**